

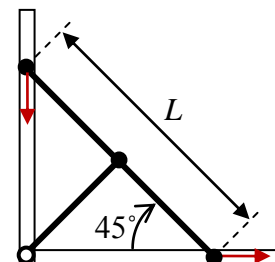
**ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «Робофест» по ФИЗИКЕ**  
**ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2017 года, ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР**  
**БИЛЕТ № 05 (7-9 классы): возможные решения**

**Задание 1:**

**Вопрос:** Жесткий стержень движется в плоскости. В некоторый момент времени скорость одного из его концов равна 0,5 м/с и направлена вдоль стержня. В тот же момент времени скорость другого конца стержня равна 1 м/с. Под каким углом к стержню направлена эта скорость? Ответ объяснить.

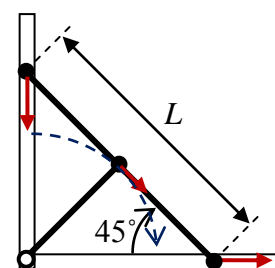
**Ответ:** Так как длина «жесткого» стержня не должна изменяться, то проекции скоростей его точек на стержень должны быть одинаковы и поэтому равны 0,5 м/с. Такой должна быть и проекция скорости «другого конца», то есть проекция (катет прямоугольного треугольника, образованного вектором скорости, его проекцией и перпендикуляром к стержню) должна равняться половине самой скорости (гипотенузы). Значит, прилежащий угол для этого катета – угол между скоростью и стержнем – равен  $60^\circ$ .

**Задача:** Вам необходимо изучить движение следующего механического устройства: три одинаковых массивных шарика прикреплены к концам и середине легкого жесткого стержня. Длина стержня  $L=1\text{ м}$ . Крайние шарiki могут без трения скользить по вертикальной и горизонтальной направляющим (см. рисунок). Средний шарик шарнирно соединен с легким жестким стержнем вдвое меньшей длины. Вторым концом этого стержня прикреплен (также с помощью шарнира) к перекрестью направляющих. Изначально стержень располагают вдоль вертикальной направляющей и отпускают без начальной скорости. Трения нигде нет, крайние шарiki не отрываются от направляющих и не застревают в них. По какой траектории будет двигаться средний шарик? Куда будет направлена его скорость в тот момент, когда длинный стержень будет проходить положение, в котором он составляет  $45^\circ$  с горизонтом? Найдите величину этой скорости. Ускорение свободного падения  $g \approx 10 \text{ м/с}^2$ .



**Решение:** Расстояние между средним шариком и перекрестьем направляющих все время остается постоянным (равным половине  $L$ ). Поэтому ясно, что средний шарик движется по окружности радиуса  $\frac{L}{2}$ .

Его скорость в любой момент времени направлена по касательной к этой окружности, и в момент, когда длинный стержень будет проходить положение, в котором он составляет  $45^\circ$  с горизонтом, эта скорость будет направлена вдоль стержня. Пусть ее величина в этот момент равна  $v$ . Так как длина стержня не должна изменяться, то проекции скоростей шариков на стержень должны быть одинаковы, поэтому скорости крайних шариков в этот момент одинаковы и равны  $v\sqrt{2}$ . Следовательно, кинетическая энергия системы в этот момент времени



$E_k = \frac{mv^2}{2} + 2 \frac{m(v\sqrt{2})^2}{2} = \frac{5mv^2}{2}$ . Так как эта энергия появилась из-за убыли

потенциальной энергии верхнего и среднего шариков в поле тяжести Земли

$$-\Delta E_{\text{п}} = mg \left( L - \frac{L}{\sqrt{2}} \right) + mg \left( \frac{L}{2} - \frac{L}{2\sqrt{2}} \right) = \frac{3mgL}{\sqrt{2}} (\sqrt{2} - 1), \quad \text{то} \quad \frac{5mv^2}{2} = \frac{3mgL}{\sqrt{2}} (\sqrt{2} - 1), \quad \text{и из этого}$$

соотношения находим, что  $v = \sqrt{\frac{3(2 - \sqrt{2})}{5}} gL \approx 1,9 \text{ м/с}$ .

**Ответ:** средний шарик движется по окружности радиуса  $\frac{L}{2}$ , в указанный момент времени его скорость

направлена вниз вдоль длинного стержня, а ее величина  $v = \sqrt{\frac{3(2 - \sqrt{2})}{5}} gL \approx 1,9 \text{ м/с}$ .

**Задание 2:**

**Вопрос:** Двигатель с КПД 50% работает от аккумулятора, напряжение на клеммах которого неизменно и равно 12 В. За время полной разрядки аккумулятора двигатель совершил работу 324 Дж. Какова «емкость» аккумулятора (так называют величину заряда, который перемещает аккумулятор до полной разрядки)? Выразите ответ в миллиампер-часах (мА·ч).

**Ответ:** Потраченная аккумулятором энергия в два раза больше полезной работы, то есть 648 Дж. Но она равна произведению напряжения на перемещенный заряд. Поэтому «емкость» аккумулятора равна  $\frac{648}{12} = 54$  (Кл). Так как 1 ч = 3600 с, то  $1 \text{ мА} \cdot \text{ч} = 0,001 \text{ А} \cdot 3600 \text{ с} = 3,6 \text{ Кл}$ , то есть  $54 \text{ Кл} = 15 \text{ мА} \cdot \text{ч}$ .

**Задача:** Двигатель робота работает от аккумулятора, создающего неизменное напряжение  $U = 48 \text{ В}$ . Емкость аккумулятора  $q = 3500 \text{ мА} \cdot \text{ч}$ . Во время работы, в ходе которой аккумулятор полностью разрядился за время  $\tau = 0,5 \text{ ч}$ , у двигателя поддерживалась постоянная температура за счет водяного охлаждения. Вода циркулирует в системе охлаждения по трубкам постоянного сечения  $S = 0,1 \text{ см}^2$  со скоростью  $v = 1 \text{ м/с}$ . Она поступает в систему охлаждения двигателя из радиатора с температурой  $25^\circ\text{C}$ , а возвращается в радиатор с температурой  $28^\circ\text{C}$ . Удельная теплоемкость воды  $c = 4200 \text{ Дж/(кг} \cdot ^\circ\text{C)}$ , плотность воды считать равной  $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ . Считая, что все потери связаны с выделяющимся теплом, найти КПД двигателя.

**Решение:** Ток через обмотку двигателя  $I = \frac{q}{\tau} = 7 \text{ А}$ . Поэтому мощность затрат аккумулятора

$P = UI = \frac{qU}{\tau} = 336 \text{ Вт}$ . Объем воды, протекающий за время  $\Delta t$  через трубу сечением  $S$ , равен

$\Delta V = Sv\Delta t$  (где  $v$  – скорость течения воды). Поэтому расход воды с плотностью  $\rho$  равен

$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho \frac{\Delta V}{\Delta t} = \rho Sv = 0,01 \text{ кг/с}$ . Умножение расхода воды на ее удельную теплоемкость  $c$  и разность температур  $\Delta T$  на выходе и входе в систему охлаждения дает мощность тепловых потерь

$P_T = c\rho Sv\Delta T = 126 \text{ Вт}$ . Полезная мощность равна разности мощности затрат и мощности тепловых потерь. Значит, КПД двигателя  $\eta = \frac{P - P_T}{P} = 1 - \frac{c\rho Sv\Delta T\tau}{qU} = 0,625$ .

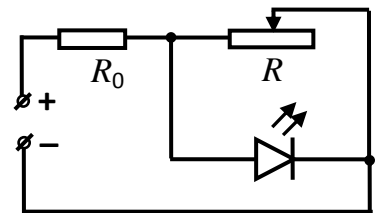
**Ответ:**  $\eta = 1 - \frac{c\rho Sv\Delta T\tau}{qU} = 62,5\%$ .

### Задание 3:

**Вопрос:** Когда светодиод находится в «открытом» состоянии, напряжение на нем практически не зависит от протекающего тока. Пусть это напряжение равно  $8 \text{ В}$ . Какова величина силы тока, протекающего через светодиод, если мощность излучаемого света составляет  $12 \text{ Вт}$ ? КПД светодиода равно  $75\%$ .

**Ответ:** Мощность, потребляемая светодиодом, равна  $12 \text{ Вт} : 0,75 = 16 \text{ Вт}$ . Сила тока  $16 \text{ Вт} : 8 \text{ В} = 2 \text{ А}$ .

**Задача:** Цепь питания светодиода собрана по схеме, показанной на рисунке. Яркость его свечения регулируется с помощью реостата. При сопротивлении реостата  $R_1 = 40 \text{ Ом}$  мощность излучения светодиода равна  $P_1 = 4,2 \text{ Вт}$ , при  $R_2 = 60 \text{ Ом}$  –  $P_2 = 5,4 \text{ Вт}$ . Какой будет мощность излучения светодиода при максимальном сопротивлении реостата, равном  $R_3 = 120 \text{ Ом}$ ? Можно считать, что КПД светодиода одинаков при любой мощности и напряжение на нем не зависит от протекающего тока.



**Решение:** Так как светодиод излучает, то он находится в открытом состоянии – напряжение, создаваемое источником, больше порогового напряжения светодиода. На светодиоде падает постоянное напряжение

$U_0$ . Тогда по закону Ома ток через реостат с сопротивлением  $R$  равен  $I_R = \frac{U_0}{R}$ . С другой стороны, ток

через резистор равен  $I_0 = \frac{U - U_0}{R_0}$ . Ток через светодиод  $I = I_0 - I_R$ , поэтому  $I = \frac{U - U_0}{R_0} - U_0 \frac{1}{R}$ . Тогда

мощность излучения светодиода  $P = \eta U_0 \left( \frac{U - U_0}{R_0} - U_0 \frac{1}{R} \right)$  (в этой формуле  $\eta$  – КПД светодиода).

Нетрудно заметить, что эта формула описывает линейную зависимость мощности от  $\frac{1}{R}$ . Заметив, что

$\frac{1}{40} - \frac{1}{60} = \frac{1}{120} = \frac{1}{60} - \frac{1}{120}$ , понимаем, что  $P_3 - P_2 = P_2 - P_1$ . Значит,  $P_3 = 2P_2 - P_1 = 6,6 \text{ Вт}$ .

**Ответ:**  $P_3 = 2P_2 - P_1 = 6,6 \text{ Вт}$ .

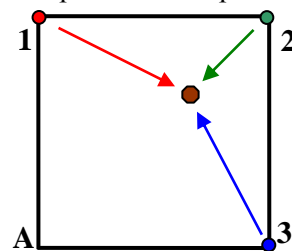
### Задание 4:

**Вопрос:** Фотодатчик направлен на лампочку, и при расстоянии между ним и лампочкой в  $50 \text{ см}$  ток фотодатчика равен  $72 \text{ мА}$ . При каком расстоянии между фотодатчиком и лампочкой ток фотодатчика будет равен  $8 \text{ мА}$ ? Лампочка светит одинаково во всех направлениях. Ток фотодатчика пропорционален мощности света, попадающего на фотодатчик. Влиянием среды (воздуха) на излучение лампы пренебречь.

**Ответ:** Площадь сферы пропорциональна квадрату радиуса. Энергия излучения лампочки равномерно распределяется по окружающей ее сфере, поэтому мощность света, попадающего на фотодатчик, обратно пропорциональна квадрату расстояния до нее до фотодатчика.

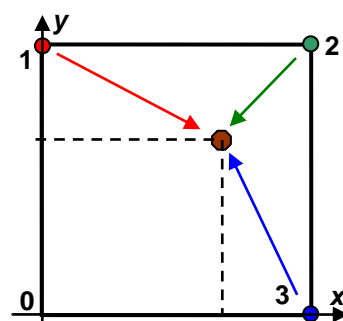
Следовательно,  $r' = \sqrt{\frac{72}{8}} \cdot 0,5 \text{ м} = 1,5 \text{ м}$ .

**Задача:** Робот находится на площадке в форме квадрата со стороной  $a = 10 \text{ м}$ . В трех вершинах квадрата расположены лампы разных цветов, а робот снабжен тремя фотодатчиками, настроенными на эти же цвета (см. рисунок). Датчики настроены так, что при нахождении робота на расстоянии  $a = 10 \text{ м}$  от любой из ламп ток соответствующего датчика равен  $I_0 = 8 \text{ мА}$ . По току трех датчиков в текущем положении программа робота определяет его положение на поле и направляет робота по кратчайшему пути в угол поля А со скоростью  $v = 0,8 \text{ м/с}$ . За какое время робот достигнет А из положения, в котором токи датчиков равны  $I_1 = 10 \text{ мА}$ ,  $I_2 = 40 \text{ мА}$  и  $I_3 = 20 \text{ мА}$ ?



**Решение:** Квадрат расстояния от каждой из ламп до робота обратно пропорционален току соответствующего датчика, то есть  $r_1^2 = a^2 \frac{I_0}{I_1}$ ,  $r_2^2 = a^2 \frac{I_0}{I_2}$  и  $r_3^2 = a^2 \frac{I_0}{I_3}$ . С другой стороны, эти

квадраты расстояний можно с помощью теоремы Пифагора выразить через декартовы координаты робота относительно угла А. Если ось  $x$  направить от угла А к третьей лампочке, а ось  $y$  – к первой, совместив начало координат с углом А, то квадрат расстояния от первой лампы до робота  $r_1^2 = x^2 + (a - y)^2 = x^2 + y^2 + a^2 - 2ay$ . Аналогично  $r_2^2 = (a - x)^2 + (a - y)^2 = x^2 + y^2 + 2a^2 - 2a(x + y)$  и также  $r_3^2 = (a - x)^2 + y^2 = x^2 + y^2 + a^2 - 2ax$ . Из этих уравнений выражаем:



$$\begin{cases} x = \frac{r_1^2 - r_2^2 + a^2}{2a} = \frac{a}{2} \left( 1 + \frac{I_0}{I_1} - \frac{I_0}{I_2} \right) = 8 \text{ м} \\ y = \frac{r_3^2 - r_2^2 + a^2}{2a} = \frac{a}{2} \left( 1 + \frac{I_0}{I_3} - \frac{I_0}{I_2} \right) = 6 \text{ м} . \end{cases}$$

Значит, робот находится от угла А на расстоянии  $s = \sqrt{x^2 + y^2} = 10 \text{ м}$ . Время достижения этого угла площадки  $t = \frac{s}{v} = 12,5 \text{ с}$ .

**Ответ:** за время  $t = 12,5 \text{ с}$ .