

**ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «Робофест» по ФИЗИКЕ
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ (ФИНАЛЬНЫЙ) ЭТАП 2019 года, ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР
7-9 классы: возможные решения и критерии:**

Критерии оценивания (в технических баллах):

Для вопросов:

Есть отдельные правильные соображения – **1-2 балла**.

Ответ содержит ряд правильных соображений, но не образует полного изложения вопроса, содержит ошибки – **3-4 балла**.

Ответ в целом правилен, но содержит существенные неточности, или существенно неполон, или отсутствует обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **5-6 баллов**.

Ответ правилен, но присутствуют мелкие неточности, или ответ недостаточно полон, или отсутствует достаточное обоснование (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **7-8 баллов**.

Ответ полностью правильный, но недостаточно обоснованный (для вопросов, в которых необходимо обоснование) – **9 баллов**.

Правильный, полный и обоснованный ответ – **10 баллов (максимальная оценка)**.

Для задач:

Есть отдельные правильные соображения – **1 балл**.

Есть часть необходимых для решения соображений, решение не закончено или содержит серьезные ошибки – **2-3 балла**.

Присутствует большая часть необходимых для решения соображений, правильно записана часть необходимых соотношений, решение не закончено или содержит ошибки – **4-6 баллов**.

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны почти все необходимые для решения исходные уравнения, но решение не закончено или содержит ошибки – **7-8 баллов**.

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит ошибки – **9-10 баллов**.

Присутствуют все необходимые для решения соображения, правильно записаны все необходимые для решения исходные уравнения, решение выстроено правильно с физической и логической точки зрения, но содержит одну-две мелкие неточности, не позволившие получить правильный ответ, или правильное решение с недостаточным обоснованием существенных использованных результатов – **11-12 баллов**.

Правильное обоснованное решение с верным аналитическим ответом, но мелкой неточностью при получении численного ответа, либо правильное решение с правильными ответами с недостаточным обоснованием одного из использованных результатов (из числа не ключевых для решения, но необходимых) – **13-14 баллов**.

Полное, правильное, обоснованное решение с правильными ответами – **15 баллов (максимальная оценка)**.

МАКСИМАЛЬНАЯ СУММА ЗА РАБОТУ: 100 технических баллов.

ИТОГОВАЯ ОЦЕНКА ЗА РАБОТУ приводится к 50-балльной шкале.

БИЛЕТ № 05

Задание 1:

Вопрос: Роботу на трассе необходимо преодолеть препятствие в виде несимметричной горки: длина подъема на 20% больше, чем длина спуска. В первой попытке робот на спуске едет на 20% быстрее, чем на подъеме. Во второй попытке он может изменить скорости подъема и спуска, но только таким образом, чтобы их произведение осталось неизменным. Во сколько раз нужно изменить скорость спуска, чтобы средняя скорость робота при прохождении горки была максимальна?

Задача: Две модели машин едут по одной и той же круговой трассе с постоянными по величине скоростями. Первая проезжает трассу время $t_1 = 80$ с, и при этом каждые $T = 2$ мин обгоняет вторую. На одном из кругов вторая модель, сразу после очередного обгона со стороны первой, резко развернулась и поехала по той же трассе в другую сторону. Через какое время после этого модели встретились?

Ответ на вопрос: Пусть L – длина пути спуска. Тогда длина дороги на подъеме равна $1,2L$. Обозначим скорость на подъеме в первой попытке v (соответственно на спуске – $1,2v$). Во

второй попытке скорость на подъеме $\frac{v}{k}$, а на спуске $1,2kv$. Значит, время преодоления оврага

станет равно $t = \frac{1,2kL}{v} + \frac{L}{1,2kv} = \frac{L}{v} \left(1,2k + \frac{1}{1,2k} \right)$. С помощью очевидного неравенства

$(x-1)^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 + 1 \geq 2x$ можно доказать, что при любом x справедливо неравенство $x + \frac{1}{x} \geq 2$,

причем равенство (то есть минимальное значение этого выражения) достигается при $x = 1$. Поэтому минимальное время преодоления оврага (а значит, максимальная величина средней скорости) достигается при $k = 5/6$. Значит, скорость на спуске нужно уменьшить в 1,2 раза.

Решение задачи: Пусть L – длина круга, $v_{1,2}$ – скорости первой и второй модели соответственно. Тогда $L = v_1 t_1 = (v_1 - v_2)T$. Из этого соотношения находим, что $v_2 = \frac{T - t_1}{T} v_1$.

После разворота второй модели до встречи моделям вместе нужно проехать путь L , то есть искомое время $t = \frac{L}{v_1 + v_2} = \frac{T}{2T - t_1} \frac{L}{v_1} = \frac{t_1 T}{2T - t_1} = 1$ мин.

Задание 2:

Вопрос: Нагретый на печи камень завернули в плотную ткань и вынесли на улицу зимой. От начальной температуры 50°C до 49°C он остыл за 25 с. Какое примерно время уйдет на остывание этого камня от 20°C до 19°C , если температура на улице -10°C ? Ответ объясните.

Задача: В тонкостенную металлическую кастрюлю набросали доверху мокрого снега (состоящего из воды и ледяных кристаллов, находящихся в равновесии). Затем кастрюлю закрыли крышкой и внесли в сауну. За время 12 мин снег полностью растаял, а еще за 1 мин содержимое кастрюли нагрелось до $+5^\circ\text{C}$. Какую часть начальной массы снега (в процентах) составляли ледяные кристаллы? Удельная теплоемкость воды $c \approx 4,2$ Дж/(г \cdot °C), удельная теплота плавления льда $\lambda \approx 336$ Дж/г.

Ответ на вопрос: Скорость остывания (вместе с потоком тепла от горячего камня) пропорциональна разности температур камня и окружающей среды. Поэтому во втором случае эта скорость уменьшилась в два раза, и остывание уйдет примерно вдвое большее время, то есть 50 с.

Решение задачи: Пусть n – искомая доля льда. Во время плавления льда тепло, поступающее в кастрюлю, шло только на это плавление, то есть $12Q_1 = \lambda \cdot nm$ (здесь Q_1 – количество теплоты, поступающее в кастрюлю за 1 мин, а m – масса снега). Аналогично $Q_1 = cm\Delta t$. Так как разность температур с окружающей средой почти не изменилась, то и Q_1 не изменилось.

Разделив эти соотношения друг на друга, найдем: $n = \frac{12c\Delta t}{\lambda} = 0,75$. Итак, ледяные кристаллы составляли 75% начальной массы снега.

Задание 3:

Вопрос: Два амперметра подключили к аккумулятору с внутренним сопротивлением 4 Ом последовательно, и они оба показали ток, равный 3 А. Затем их подключили к этому же аккумулятору параллельно, и они оба показали ток, равный 2 А. Чему равно внутреннее сопротивление этих амперметров?

Задача: Нагревательный элемент подключили к аккумулятору последовательно с одним резистором. Мощность тепловыделения в нагревательном элементе составила $P_1 = 400$ Вт. Затем его подключили к этому же аккумулятору последовательно с двумя такими же резисторами. Мощность понизилась до $P_2 = 256$ Вт. Какой станет мощность тепловыделения в нагревательном элементе, если его подключить к этому же аккумулятору последовательно с тремя таким же резисторами?

Ответ на вопрос: Ясно, что внутренние сопротивления амперметров R одинаковы. При последовательном подключении к источнику с ЭДС (напряжением, создаваемым на клеммах при разомкнутой цепи) E и внутренним сопротивлением r сила тока $I = \frac{E}{r + 2R}$. При параллельном

$$I' = \frac{E}{2r + R}. \text{ Поэтому } \frac{I}{I'} = \frac{3}{2} = \frac{2r + R}{r + 2R} \Rightarrow R = \frac{r}{4} = 1 \text{ Ом.}$$

Решение задачи: При подключении нагревательного элемента к источнику с ЭДС (напряжением, создаваемым на клеммах при разомкнутой цепи) E и внутренним сопротивлением r последовательно с n резисторами сила тока в нем $I = \frac{E}{r + R_H + nR}$. Поэтому мощность тепловыделения

$$P_n = I^2 R_H = \frac{E^2 R_H}{(r + R_H + nR)^2}. \quad \text{Удобно изучать более простую зависимость}$$

$$\frac{1}{\sqrt{P_n}} = \frac{r + R_H}{E\sqrt{R_H}} + n \frac{R}{E\sqrt{R_H}}. \quad \text{Тогда из уравнений } \frac{1}{\sqrt{P_1}} = \frac{r + R_H}{E\sqrt{R_H}} + \frac{R}{E\sqrt{R_H}} \quad \text{и}$$

$$\frac{1}{\sqrt{P_2}} = \frac{r + R_H}{E\sqrt{R_H}} + 2 \frac{R}{E\sqrt{R_H}} \quad \text{найдем, что } \frac{1}{\sqrt{P_2}} - \frac{1}{\sqrt{P_1}} = \frac{R}{E\sqrt{R_H}}. \quad \text{Затем из уравнения}$$

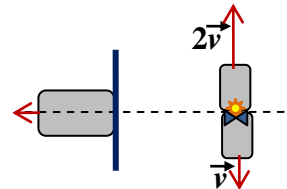
$$\frac{1}{\sqrt{P_3}} = \frac{r + R_H}{E\sqrt{R_H}} + 3 \frac{R}{E\sqrt{R_H}} \quad \text{получим } \frac{1}{\sqrt{P_3}} - \frac{1}{\sqrt{P_2}} = \frac{R}{E\sqrt{R_H}} = \frac{1}{\sqrt{P_2}} - \frac{1}{\sqrt{P_1}}, \quad \text{откуда}$$

$$P_3 = \frac{P_1 P_2}{(2\sqrt{P_1} - \sqrt{P_2})^2} = \frac{1600}{9} \text{ Вт} \approx 177,8 \text{ Вт.}$$

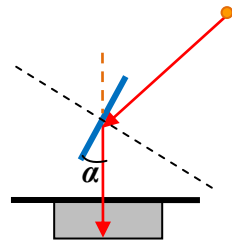
Задание 4:

Вопрос: Человек с зеркалом стоит рядом с очень глубоким узким вертикальным колодцем и держит в руках зеркало. Расположив зеркало над колодцем, он направляет солнечного «зайчика» на дно колодца. Найдите высоту Солнца над горизонтом, если плоскость его зеркала повернута на 15° от вертикали.

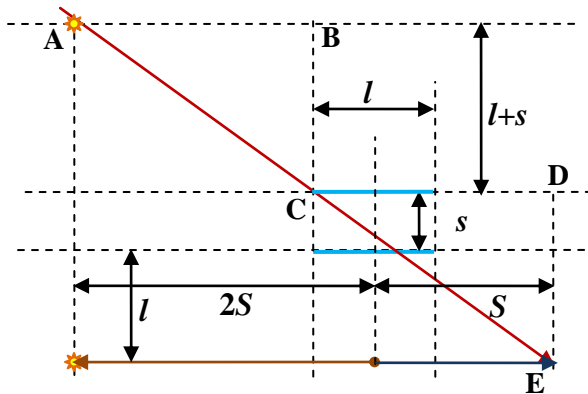
Задача: Три робота расположены на площадке таким образом, что два из них стоят вплотную друг к другу, а третий – неподалеку (см. рисунок). На стоящих вплотную роботах размещены небольшие лампочка и фотодатчик (оказавшиеся «совсем рядом»), а на третьем – плоское зеркало шириной $l = 120$ см. Середина зеркала находится точно напротив лампочки и фотодатчика на расстоянии $l = 120$ см от них. В некоторый момент времени робот с фотодатчиком начинает двигаться перпендикулярно линии, соединяющей фотодатчик с центром зеркала в одну сторону, робот с лампочкой в тот же момент начинает двигаться в противоположную сторону, а робот с зеркалом – удаляться от них обоих в перпендикулярном направлении. Скорость робота с фотодатчиком (который всегда ориентирован в сторону зеркала и «видит» его целиком) примерно постоянна и равна $v = 0,15$ м/с, а скорость робота с лампочкой в два раза выше. В течении какого времени после старта фотодатчик принимает свет от лампочки? Временем разгона роботов пренебречь.



Ответ на вопрос: Как нетрудно увидеть из построения, для направления лучей от Солнца вертикально вниз после отражения от зеркала, высота Солнца над горизонтом должна составлять $90^\circ - 2\alpha = 60^\circ$.



Решение задачи: Изобразим крайнее положение роботов, когда лучи от лампочки, отражаясь от зеркала, еще достигают фотодатчика: в следующее мгновение «освещенная зона», границы которой



вместе с лампочкой движутся быстрее, чем фотодатчик, окончательно «убежит» от него. Как видно, независимо от величины смещения зеркала, треугольники ABC и CDE должны быть

одинаковы, поэтому $2vt - \frac{l}{2} = vt + \frac{l}{2} \Rightarrow t = \frac{l}{v} = 8\text{с}$.

БИЛЕТ № 06

Задание 1:

Вопрос: Роботу на трассе необходимо преодолеть препятствие в виде несимметричной горки: длина спуска в 4 раза больше, чем длина подъема. В первой попытке робот тратит на подъем 45 с, а спуск 80 с. Во второй попытке он может изменить скорости подъема и спуска, но только таким образом, чтобы их произведение осталось неизменным. Во сколько раз нужно изменить скорость спуска, чтобы средняя скорость робота при прохождении горки была максимальна?

Задача: Две модели машин едут по одной и той же круговой трассе с постоянными по величине скоростями. Первая проезжает трассу время $t_1 = 90$ с, и при этом ее каждые $T = 3$ мин обгоняет вторая. На одном из кругов вторая модель, в очередной раз догнав первую, вместо обгона резко развернулась и поехала по той же трассе в другую сторону. Через какое время после этого модели встретились?

Ответ на вопрос: Пусть L – длина пути подъема. Тогда длина дороги на спуске равна $4L$. Обозначим скорость на подъеме в первой попытке v . Тогда его скорость на спуске равна

$v' = \frac{4 \cdot 45v}{80} = \frac{9}{4}v$. Во второй попытке скорость на подъеме $\frac{v}{k}$, а на спуске $\frac{9}{4}kv$. Значит, время

преодоления оврага станет равно $t = \frac{kL}{v} + \frac{16L}{9kv} = \frac{4L}{3v} \left(\frac{3k}{4} + \frac{4}{3k} \right)$. С помощью очевидного

неравенства $(x-1)^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 + 1 \geq 2x$ можно доказать, что при любом x справедливо

неравенство $x + \frac{1}{x} \geq 2$, причем равенство (то есть минимальное значение этого выражения)

достигается при $x=1$. Поэтому минимальное время преодоления оврага (а значит, максимальная величина средней скорости) достигается при $k = 4/3$. Значит, скорость на спуске нужно увеличить в $k = 4/3$ раза.

Решение задачи: Пусть L – длина круга, $v_{1,2}$ – скорости первой и второй модели соответственно. Тогда $L = v_1 t_1 = (v_2 - v_1)T$. Из этого соотношения находим, что $v_2 = \frac{T + t_1}{T} v_1$.

После разворота второй модели до встречи моделям вместе нужно проехать путь L , то есть

искомое время $t = \frac{L}{v_1 + v_2} = \frac{T}{2T + t_1} \frac{L}{v_1} = \frac{t_1 T}{2T + t_1} = 36$ с.

Задание 2:

Вопрос: Воду из холодильника налили в стакан с закрывающейся крышкой, закрыли крышку, и внесли в помещение с температурой $+60^\circ\text{C}$. За 30 с вода нагрелась от 10°C до 11°C . За какое примерно время вода нагреется от 25°C до 26°C ? Ответ объясните.

Задача: В тонкостенную металлическую кастрюлю налили воду с температурой $+2^\circ\text{C}$, закрыли крышкой и поставили ее в морозильную камеру, в которой поддерживалась температура ниже -35°C . Через 2 минуты вода в кастрюле начала замерзать. Какая часть массы воды (в процентах) превратится в лед за 20 минут после этого? Удельная теплоемкость воды $c \approx 4,2$ Дж/(г $\cdot^\circ\text{C}$), удельная теплота плавления льда $\lambda \approx 336$ Дж/г.

Ответ на вопрос: Скорость остывания (вместе с потоком тепла от горячего камня) пропорциональна разности температур камня и окружающей среды. Поэтому во втором случае эта скорость уменьшилась в $\frac{50}{35} = \frac{10}{7}$ раза, и на нагрев уйдет примерно во столько же раз большее время, то есть примерно 43 с.

Решение задачи: Пусть n – искомая доля льда. Во время замерзания льда тепло, поступающее в кастрюлю, шло только на это отвердевание, то есть $20Q_1 = \lambda \cdot nm$ (здесь Q_1 – количество теплоты, уходящее из кастрюли за 1 мин, а m – масса снега). Аналогично $2Q_1 = cm\Delta t$. Так как разность температур с окружающей средой почти не изменилась, то и Q_1 не изменилось.

Разделив эти соотношения друг на друга, найдем: $n = \frac{10c\Delta t}{\lambda} = 0,25$. Итак, масса льда составит 25% от начальной массы воды.

Задание 3:

Вопрос: Два вольтметра подключили к аккумулятору с внутренним сопротивлением 5 Ом последовательно, и они оба показали напряжение 20,0 В. Затем их подключили к этому же аккумулятору параллельно, и они оба показали напряжение 39,9 В. Чему равно внутреннее сопротивление этих вольтметров?

Задача: Нагревательный элемент подключили к аккумулятору. Мощность тепловыделения в нагревательном элементе составила $P_0 = 900$ Вт. Затем его подключили к этому же аккумулятору последовательно с двумя одинаковыми резисторами. Мощность понизилась до $P_2 = 225$ Вт. Какой станет мощность тепловыделения в нагревательном элементе, если его подключить к этому же аккумулятору последовательно с одним из этих резисторов?

Ответ на вопрос: Ясно, что внутренние сопротивления вольтметров R одинаковы. При последовательном подключении к источнику с ЭДС (напряжением, создаваемым на клеммах при разомкнутой цепи) E и внутренним сопротивлением r напряжение на одном вольтметре $U = \frac{ER}{r+2R}$.

При параллельном $U' = \frac{ER}{2r+R}$. Поэтому $\frac{U}{U'} = \frac{200}{399} = \frac{2r+R}{r+2R} \Rightarrow R = 598r = 2,99$ кОм.

Решение задачи: При подключении нагревательного элемента к источнику с ЭДС (напряжением, создаваемым на клеммах при разомкнутой цепи) E и внутренним сопротивлением r последовательно с n резисторами сила тока в нем $I = \frac{E}{r+R_H+nR}$. Поэтому мощность тепловыделения

$P_n = I^2 R_H = \frac{E^2 R_H}{(r+R_H+nR)^2}$. Удобно изучать более простую зависимость

$\frac{1}{\sqrt{P_n}} = \frac{r+R_H}{E\sqrt{R_H}} + n \frac{R}{E\sqrt{R_H}}$. Тогда из уравнений $\frac{1}{\sqrt{P_0}} = \frac{r+R_H}{E\sqrt{R_H}}$ и $\frac{1}{\sqrt{P_2}} = \frac{r+R_H}{E\sqrt{R_H}} + 2 \frac{R}{E\sqrt{R_H}}$

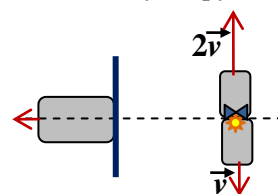
найдем, что $\frac{1}{\sqrt{P_2}} - \frac{1}{\sqrt{P_0}} = 2 \frac{R}{E\sqrt{R_H}}$. Затем из уравнения $\frac{1}{\sqrt{P_1}} = \frac{r+R_H}{E\sqrt{R_H}} + \frac{R}{E\sqrt{R_H}}$ получим

$\frac{1}{\sqrt{P_2}} - \frac{1}{\sqrt{P_1}} = \frac{R}{E\sqrt{R_H}} = \frac{1}{2\sqrt{P_2}} - \frac{1}{2\sqrt{P_0}}$, откуда $P_1 = \frac{4P_0P_2}{(\sqrt{P_0} + \sqrt{P_2})^2} = 400$ Вт.

Задание 4:

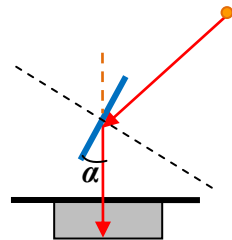
Вопрос: Человек с зеркалом стоит рядом с очень глубоким узким вертикальным колодцем и держит в руках зеркало. Расположив зеркало над колодцем, он направляет солнечного «зайчика» на дно колодца. Найдите высоту Солнца над горизонтом, если плоскость его зеркала повернута на 15° от вертикали.

Задача: Три робота расположены на площадке таким образом, что два из них стоят вплотную друг к другу, а третий – неподалеку (см. рисунок). На стоящих вплотную роботах размещены небольшие лампочка и фотодатчик (оказавшиеся «совсем рядом»), а на третьем – плоское зеркало шириной $l = 80$ см. Середина зеркала находится точно напротив лампочки и фотодатчика на расстоянии $l = 80$ см от них. В некоторый момент времени робот с лампочкой начинает двигаться перпендикулярно линии, соединяющей лампочку с центром зеркала в одну сторону, робот с фотодатчиком в тот же момент начинает двигаться в противоположную сторону, а робот с зеркалом – удаляться от них

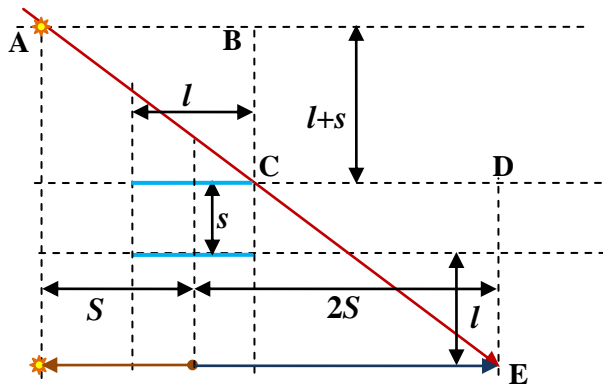


обоих в перпендикулярном направлении. Скорость робота с лампочкой примерно постоянна и равна $v = 0,1$ м/с, а скорость робота с фотодатчиком (который всегда ориентирован в сторону зеркала и «видит» его целиком) в два раза выше. В течении какого времени после старта фотодатчик принимает свет от лампочки? Временем разгона роботов пренебречь.

Ответ на вопрос: Как нетрудно увидеть из построения, для направления лучей от Солнца вертикально вниз после отражения от зеркала, высота Солнца над горизонтом должна составлять $90^\circ - 2\alpha = 60^\circ$.



Решение задачи: Изобразим крайнее положение роботов, когда лучи от лампочки, отражаясь от зеркала, еще достигают фотодатчика: в следующее мгновение «освещенная зона», границы которой



вместе с лампочкой движутся медленнее, чем фотодатчик, окончательно «отстанет» от него. Как видно, независимо от величины смещения зеркала, треугольники ABC и CDE должны быть

одинаковы, поэтому $2vt - \frac{l}{2} = vt + \frac{l}{2} \Rightarrow t = \frac{l}{v} = 8\text{с}$.